XIX ЗАОЧНЫЙ КОНКУРС УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Что требуется от участников конкурса? Обычные учительские навыки — умение решать задачи и находить ошибки в решениях. О результатах заочного конкурса 2022 года читайте в № 6/2022.

Что дает участие в конкурсе? Победители и призеры конкурса, как и в предыдущие годы, награждаются дипломами журнала «Математика» и учебно-методической литературой по математике. Участники, не ставшие победителями или призерами, но показавшие достойные результаты, получат сертификаты участников.

Что нужно делать? Вам предлагается выполнить девять заданий, разбитых на три блока: математический (задания 1–5), методический (задания 6–8) и педагогический (задание 9).

Работы (не ксерокопированные, напечатанные или написанные ярким цветом и разборчиво) следует выслать по адресу: редакция журнала «Математика», Большой Власьевский пер., д. 11, Москва, 119002 (с пометкой «На конкурс»), либо по электронному адресу konkurs.uchiteley.matematiki@gmail.com (с темой «На конкурс ФИО»). Срок отправки работ — до 20 апреля 2023 года (по почтовому штемпелю либо по дате отправки электронного письма). Все вопросы по оформлению работ вы также можете направить на адрес konkurs.uchiteley.matematiki@gmail.com.

Сразу после отправки работы вы заполняете заявку на участие, перейдя по ссылке forms.gle/waCyuFssoM5XVjbB6 или наведя камеру телефона на qr-код (слева). В случае отсутствия у вас доступа в интернет заявку надо прислать по почте вместе с работой (заполненный бланк, см. ниже). Вопросы по оформлению заявки можно задать по адресу proektmat@gmail.com.

К участию допускаются и коллективные работы (в составе коллектива авторов не больше трех человек).

Всем участникам конкурса будет обеспечена анонимность участия и объективность проверки.

Приглашаем вас к участию в конкурсе и желаем успеха!

Заявка участника конкурса

Форма участия (*нужное подчеркнуть*)	индивидуальная / коллективная
ФИО	
Домашний адрес	
Индекс	
Телефон	
Адрес электронной почты	
Место работы	
Должность	
Недельная нагрузка в этом учебном году	

Есть дополнительные материалы на сайте raum.math.ru.

I. Решите задачи

1. Хулиган Вася в магазине «Все для шахмат» из нескольких шахматных досок выломал по клеткам прямоугольники всевозможных размеров — по одному каждого вида (прямоугольники размерами $a \times b$ и $b \times a$ считаются одинаковыми, шахматная доска имеет размер 8×8). Вася хочет сложить квадрат, используя все выломанные прямоугольники. Сможет ли он осуществить задуманное?

2. Найдите $f(x)$, если известно, что эта функция имеет два нуля и ее производная

$$f'(x) = x^2 + 2x - 3.$$

3. В трапеции $ABCD$ отмечена точка X на боковой стороне CD. Докажите, что прямые, проходящие через C и D и параллельные прямым AX и BX соответственно, пересекаются на прямой AB.

4. Решите уравнение

$$\frac{-t^2}{(1-t^2)^2}\left(5+\frac{16t^2}{(1-t^2)^2}\right)=\frac{t^3+5t^2-t+t^2|t|+5t|t|-|t|}{16t^2+16t|t|}.$$

5. К потолку на нитке подвешен куб размером $n \times n \times n$, каждая грань которого разбита на n^2 единичных квадратных клеток. В начальный момент времени на поверхности куба сидит $6n^2$ муравьев (каждый — целиком в какой-то клетке, при этом в одной клетке могут сидеть несколько муравьев). Каждую секунду какие-то четыре муравья, находящиеся в одной клетке, расползаются по одному в четыре соседние по стороне клетки (если нет клеток с четырьмя муравьями, то перемещения прекращаются). Докажите, что при любом начальном расположении муравьев через конечное число секунд найдется по крайней мере $2n^2$ клеток, в каждой из которых сидит хотя бы один муравей.

II. Методический блок

В заданиях 6–8 могут содержаться математические ошибки и недочеты (как в условиях «задач», так и в «ответах» и «решениях»). Укажите, корректно ли условие «задачи». Если оно некорректно, то объясните, почему это так. Если неверно «решение», то укажите все ошибки и недочеты, поясните их суть, а затем приведите верное решение.

6. «Задача». Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{z}+\dfrac{z}{x}=3, \\ x+y+z=3, \\ \dfrac{x}{z}+\dfrac{z}{y}+\dfrac{y}{x}=3. \end{cases}$$

«*Ответ*»: (1; 1; 1).

«*Решение*». Рассмотрим ненулевые векторы:

$$\bar{a}(x;y;z),\quad \bar{b}\left(\frac{1}{y};\frac{1}{z};\frac{1}{x}\right),\quad \bar{c}\left(\frac{1}{z};\frac{1}{x};\frac{1}{y}\right),\quad \bar{d}(1;1;1).$$

Из первого уравнения следует равенство $\bar{a}\cdot\bar{b}=3$, из второго уравнения — $\bar{a}\cdot\bar{d}=3$, а из третьего — $\bar{a}\cdot\bar{c}=3$. Так как $\bar{a}\cdot\bar{b}=\bar{a}\cdot\bar{c}$, то $\bar{b}=\bar{c}$, значит, $y = z = x$. Аналогично, так как $\bar{a}\cdot\bar{b}=\bar{a}\cdot\bar{d}$, то $\bar{b}=\bar{d}$, поэтому $y = z = x = 1$.

7. «Задача». Два выпуклых четырехугольника пересекаются крест-накрест. Стороны одного соответственно параллельны сторонам другого и отстоят друг от друга на расстоянии, равном 1. Докажите, что периметры этих четырехугольников равны.

«*Решение*». Полученная фигура представляет собой четырехугольник, на каждой стороне которого во внешнюю сторону построена трапеция (рис. 1).

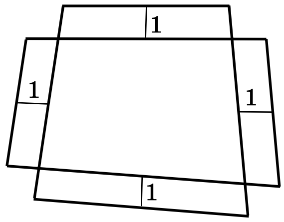


Рис. 1

Каждую из этих трапеций можно разбить на прямоугольник и два прямоугольных треугольника одним из двух способов (рис. 2).

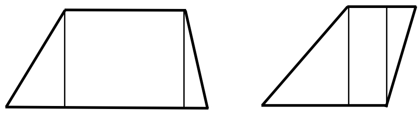


Рис. 2

Тогда у каждых двух прямоугольных треугольников с общей вершиной острые углы при этой вершине равны (они либо вертикальные, либо с соответственно перпендикулярными сторонами). Следовательно, такие треугольники равны (по катету и острому углу). Заметим также, что четыре стороны образовавшихся прямоугольников лежат на контуре одного четырехугольника, а противолежащие им стороны — на контуре другого.

Таким образом, периметр каждого из исходных четырехугольников является суммой соответственно равных попарно отрезков: четырех гипотенуз прямоугольных треугольников, четырех их соответствующих катетов и четырех соответствующих сторон прямоугольников. Следовательно, эти периметры равны.

8. «Задача». Малое предприятие выпускает изделия двух типов. Для изготовления изделия первого типа требуется 9 часов работы станка А и 11 часов работы станка Б. Для изготовления изделия второго типа требуется 13 часов работы станка А и 3 часа работы станка Б (станки могут работать в любой последовательности). По техническим причинам станок А может работать не больше 130 часов в месяц, а станок Б — не больше 88 часов в месяц. Каждое изделие первого типа приносит предприятию 11 тыс. рублей прибыли, а каждое изделие второго типа — 13 тыс. рублей прибыли. Найдите наибольшую возможную ежемесячную прибыль предприятия.

«*Ответ*»: 144 тыс. рублей.

«*Решение*». Пусть x — число изделий первого типа, y — число изделий второго типа, a — прибыль предприятия. Тогда:

$$a = 11x + 13y \Leftrightarrow y = \frac{11}{13}x + \frac{a}{13}.$$

Условия производства задаются системой неравенств

$$\begin{cases} 9x + 13y \le 130, \\ 11x + 3y \le 88, \\ x, y \ge 0, \end{cases}$$

где x и y — целые числа.

На координатной плоскости Oxy полученная система неравенств задает четырехугольник $OABC$ с внутренней областью, ограниченной осями координат и прямыми

$$y = -\frac{9}{13}x + 10 \text{ и } y = -\frac{11}{13}x + \frac{88}{3},$$

где $O(0;\ 0)$, $A(0;\ 10)$, $B(6{,}5;\ 5{,}5)$, $C(8;\ 0)$. Так как

$$-\frac{11}{3} < -\frac{11}{13} < -\frac{9}{13},$$

то наибольшее значение a будет достигаться, если прямая

$$y = -\frac{11}{13}x + \frac{a}{13}$$

пройдет через точку B, но тогда x и y целыми не будут. Следовательно, нужно взять одну из ближайших к B точек, имеющих обе целочисленные координаты и лежащих внутри $OABC$: $D(6;\ 6)$ или $E(6;\ 5)$. В первом случае

$$a = 6 \cdot 11 + 6 \cdot 13 = 144,$$

а во втором случае

$$a = 6 \cdot 11 + 5 \cdot 13 = 131.$$

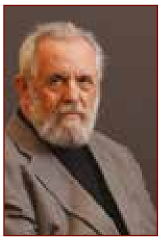
III. Педагогический блок

9. Вы получали педагогическое образование или проходили курсы переподготовки, а также занимались на курсах повышения квалификации. Ответьте на следующие вопросы.

1. Какие курсы (лекции, семинары, практические занятия) вам существенно пригодились в вашей работе, а какие оказались практически бесполезными?

2. Какие курсы или занятия вы бы добавили в систему педагогического образования и почему?

ПАМЯТИ НАРОДНОГО УЧИТЕЛЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ЛЕОНИДА ИСААКОВИЧА ЗВАВИЧА



Педагогический коллектив 67-й школы с глубоким прискорбием сообщает, что 16 января 2024 года после тяжелой и продолжительной болезни скончался наш коллега, Народный учитель Российской Федерации Леонид Исаакович Звавич.

Вся жизнь Леонида Исааковича была тесно связана с 67-й школой. Здесь он учился, здесь работал со 2-го курса института руководителем радиостудии, старшим пионервожатым, а затем до самых последних дней — учителем математики. Тысячам выпускников он сумел на всю жизнь привить любовь к своему предмету.

В течение ряда лет Л.И. Звавич был вице-президентом Российской ассоциации учителей математики, им написано больше 130 учебников и публикаций по методике преподавания математики, педагогике и психологии.

Леонид Исаакович являлся руководителем учительских семинаров и курсов повышения квалификации в Москве, Вологде, Магадане, Хабаровске и других городах. Многие учителя математики по праву считают его своим наставником.

Отличительными чертами Леонида Исааковича были искреннее внимание к ученикам, доброжелательность и принципиальность, мудрость и безграничное чувство юмора.

Признанием заслуг Леонида Исааковича Звавича стало награждение его высокими государственными наградами — званиями «Заслуженный учитель РФ» и «Народный учитель РФ», медалями и грантами Москвы.

Мы навсегда запомним великолепного учителя и замечательного человека.

Светлая память о Леониде Исааковиче Звавиче навечно сохранится в памяти учителей, выпускников, учащихся и родителей.