

XIII ЗАОЧНЫЙ КОНКУРС УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Что требуется от участников конкурса? Обычные учительские навыки — умение решать задачи и находить ошибки в решениях. О результатах заочного конкурса 2022 года читайте в № 6/2022.

Что дает участие в конкурсе? Победители и призеры конкурса, как и в предыдущие годы, награждаются дипломами журнала «Математика» и учебно-методической литературой по математике. Участники, не ставшие победителями или призерами, но показавшие достойные результаты, получают сертификаты участников.

Что нужно делать? Вам предлагается выполнить девять заданий, разбитых на три блока: математический (задания 1–5), методический (задания 6–8) и аналитический (задание 9).

Работы (не ксерокопированные, напечатанные или написанные ярким цветом и разборчиво) следует выслать по адресу: редакция журнала «Математика», Большой Власьевский пер., д. 11, Москва, 119002 (с пометкой «На конкурс»), либо по электронному адресу konkurs.uchiteley.matematiki@gmail.com (с темой «На конкурс ФИО»). Срок отправки работ — до 20 апреля 2023 года (по почтовому штемпелю либо по дате отправки электронного письма). Все вопросы по оформлению работ вы также можете направить на адрес konkurs.uchiteley.matematiki@gmail.com.

Сразу после отправки работы вы заполняете заявку на участие, перейдя по ссылке <https://forms.gle/waCyuFss0M5XVjbB6>. В случае отсутствия у вас доступа в интернет заявку надо прислать по почте вместе с работой (заполненный бланк, см. ниже). Вопросы по оформлению заявки можно задать по адресу proektmat@gmail.com.

К участию допускаются и коллективные работы (в составе коллектива авторов не более трех человек).

Всем участникам конкурса будет обеспечена анонимность участия и объективность проверки.

Приглашаем вас к участию в конкурсе и желаем успеха!

Заявка участника конкурса

Форма участия (<i>нужное подчеркнуть</i>)	индивидуальная / коллективная
ФИО	
Домашний адрес	
Индекс	
Телефон	
Адрес электронной почты	
Место работы	
Должность	
Недельная нагрузка в этом учебном году	



Есть дополнительные материалы на сайте raum.math.ru.

51

I. Решите задачи

1. Существует ли трехзначное натуральное число, удовлетворяющее двум условиям:

– цифры в его десятичной записи попарно различны;

– на русском языке оно записывается тремя словами так, что все слова начинаются с одной и той же буквы?

2. В клетках таблицы $n \times n$ записаны в произвольном порядке попарно различные числа. Сначала упорядочили по возрастанию числа в каждой строке, затем это же сделали в каждом столбце. Можно ли утверждать, что после второй операции числа в строках по-прежнему записаны в порядке возрастания?

3. Про некоторое натуральное число k известно, что числа $(2k + 1)$ и $(3k + 1)$ — точные квадраты. Докажите, что k делится на 40.

4. Найдите все значения параметра a , при которых на графике функции

$$f(x) = \frac{8x^2 + (12a - 5)x + 4a^2 - 3a}{2x^2 + 3ax + a^2}$$

существуют такие четыре точки, что касательные к графику $f(x)$, проведенные в них, параллельны прямой $y = x$.

5. Два треугольника единичной площади, симметричные относительно некоторой точки O , в пересечении образуют шестиугольник. Найдите наибольшее значение его площади.

II. Методический блок

6. Магазин дает Наташе персональную скидку 20% при покупке дыни. А еще у Наташи в этом месяце есть скидка по акции 5%, которая применяется после всех других скидок и действует на весь чек. Наташа сходила в магазин и купила дыню весом 4,325 кг. Ей дали бумажный чек и еще прислали электронный чек в приложении.

На бумажном чеке было написано:

Дыня Торпеда, кг

$$66,50 \cdot 4,325 = 287,61 \text{ р.}$$

Скидка 15,14 р.

Итого к оплате 287,61 р.

Скидки:

– акция 15,14 р.

– персональная скидка 18,00 р.

Ваша скидка составила 33,14 р.

Итого: 287,61 р.

В приложении было написано так:

Покупка: 287,61 р.

Скидка по акции: 15,14 р.

Дыня Торпеда 4,325 кг · 70,00 (розничная цена 88,00 р.) = 302,75р. (Скидка 77,85 р.)

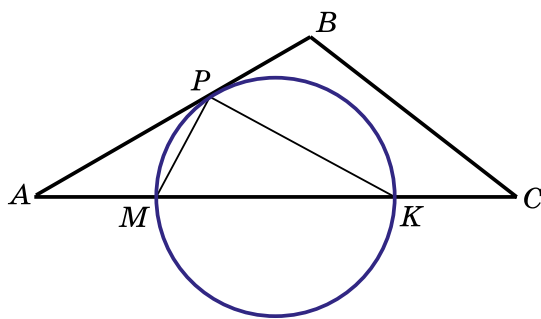
Итого скидка 77,85 р.

Найдите все ошибки в чеках. Правильно ли Наташе подсчитали скидки? И сколько же в итоге составила скидка?

В заданиях «7» и «8» могут содержаться математические ошибки и недочеты (как в условиях «задач», так и в «ответах» и «решениях»). Укажите, корректно ли условие «задачи». Если оно некорректно, то объясните, почему это так. Если неверно «решение», то укажите все ошибки и недочеты, поясните их суть, а затем приведите верное решение.

7. «Задача». В треугольнике ABC на стороне AC отмечены точки M и K на расстоянии 2 и 6 от вершины A соответственно. Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и K и касающейся прямой AB , если $\angle BAC = 30^\circ$.

«Решение». Пусть P — точка касания AB и окружности (см. рис.). По свойству касательной и секущей, проведенных из одной точки к окружности, $AP^2 = AK \cdot AM$, то есть $AP = \sqrt{12}$.



Из треугольника APM по теореме косинусов:

$$PM^2 = AP^2 + AM^2 - 2 \cdot AP \cdot AM \cdot \cos \angle BAC =$$

$$= 12 + 4 - 2 \cdot \sqrt{12} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4.$$

Значит, $PM = 2 = AM$, то есть треугольник APM равнобедренный. Тогда

$$\angle APM = \angle BAC = 30^\circ,$$

а $\angle PMK = 60^\circ$ (по свойству внешнего угла треугольника). Так как APM — угол между касательной и хордой, а PKM — вписанный угол, опирающийся на дугу PM , то $\angle PKM = \angle APM = 30^\circ$. Тогда угол MPK прямой, значит, MK — диаметр данной окружности. Но $MK = AK - AM = 4$, поэтому искомым радиус окружности равен 2.

«Ответ»: 2.

8. Парно различные действительные числа x_1, x_2, \dots, x_n таковы, что

$$x_1^{n-2}(x_1-1)^2 = x_2^{n-2}(x_2-1)^2 = \dots = x_n^{n-2}(x_n-1)^2.$$

При каждом натуральном $n > 1$ найдите сумму $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$.

«Решение». Данные числа являются корнями многочлена

$$x^{n-2}(x-1)^2 - c,$$

где

$$c = x_i^{n-2}(x_i-1)^2.$$

Приведем его к стандартному виду:

$$x^n - 2x^{n-1} + x^{n-2} - c.$$

Тогда, используя теорему Виета, получим:

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 &= \\ = (x_1 + x_2 + \dots + x_n)^2 - 2(x_1x_2 + x_1x_3 + \dots + x_{n-1}x_n) &= \\ = 2^2 - 2 \cdot 1 = 2. \end{aligned}$$

«Ответ»: 2.

III. Аналитический блок

9. Не секрет, что содержание работы учителя в значительной степени зависит от содержания

независимых экзаменов (в настоящий момент это ЕГЭ и ОГЭ). Давайте предположим, что ваши ученики не должны сдавать никакие экзамены (и нет других форм внешнего контроля вашей работы), а вы просто хотите научить их математике.

Как бы вы изменили содержание своей работы?

1. Какие разделы или темы школьной программы вы бы не стали изучать вообще?

2. Изучение каких разделов или тем вы бы существенно сократили?

3. Какие разделы или темы, которых в программе сейчас нет, вы бы добавили?

4. Изучение каких разделов или тем существующей программы вы бы расширили?

5. Изменили бы вы методику (технология) своей работы со школьниками? Если да, то как именно?

Свои ответы в каждом пункте, пожалуйста, обоснуйте. Не забудьте указывать классы, в работу с которыми вы бы внесли те или иные изменения.

Из интернета

ВЦИОМ: главными качествами учителей россияне считают доброту и уважение к детям

tass.ru

Всероссийский опрос «ВЦИОМ-Спутник» проводился 2 октября 2022 года в формате телефонного интервью. В опросе приняли участие 1600 россиян старше 18 лет. Предельная погрешность результатов с вероятностью 95% не превышает 2,5%.

Результаты опроса Всероссийского центра изучения общественного мнения, поступившие в распоряжение ТАСС, свидетельствуют о том, что россияне больше всего ценят в школьных учителях доброту и уважение к детям; 32% опрошенных назвали эти качества главными для педагога.

«Если в феврале текущего года рейтинг главных качеств учителей возглавляла образованность, компетентность, эрудиция (23%), то сегодня доброта и уважение к детям — 32% (против 19% по данным февраля 2022 года)», — говорится в материалах исследования.

Четверть опрошенных среди главных качеств педагога выделили порядочность, справедливость и объективность, 21% — заботу и любовь к детям, 20% — образованность. В сравнении

с данными, полученными в феврале, россияне стали чаще ценить в учителях грамотность (18% против 9%) и внимательность, чуткость (16% против 6%).

По данным ВЦИОМ, за последние пять лет престиж профессии учителя в обществе вырос: положение педагогов в обществе россияне в среднем оценивают на 3,19 балла из 5 возможных (+0,33 балла к значениям 2017 года). Сами работники сферы образования и науки оценивают профессию на 2,94 балла. Профессию учителя россияне считают скорее женской.



Фото: Роман Балаев, Москва 24