

Л. ДЕНИЩЕВА,
К. КРАСНЯНСКАЯ,
г. Москва

TIMSS-2015: РАБОТА НАД ОШИБКАМИ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКЕ

■ На проверку овладения материалом темы «Данные и вероятность» в международном исследовании TIMSS-2015, как и в предыдущие годы, отводилось 20% времени, выделенного на тестирование. В тесты было включено 35 заданий, которые содержали 41 вопрос. Это говорит о важности умений, формируемых при изучении данной темы:

- использовать вероятностные представления для количественной и качественной оценки возможности наступления случайных событий;
- использовать статистические показатели для характеристики различных величин, явлений, процессов;
- работать с количественной информацией, представленной в различной форме (таблицы, диаграммы, графики и др.).

Овладение этими умениями, необходимыми для принятия решений в условиях неопределенности, способствует адаптации учащихся в современном мире, переполненном разнообразной количественной информацией — о разнообразных услугах, результатах исследований, опросов общественного мнения и др.

В большинстве стран тему «Данные и вероятность» начинают изучать в начальной школе и продолжают до конца обучения. В России эта тема получила название «Статистика и теория вероятностей». Она была включена в программу основной школы и считалась обязательной для изучения начиная с 5-го или 7-го класса. И только с 2012 г. овладение этой темой стало контролироваться на федеральном уровне — в рамках обязательного государственного экзамена по окончании основной школы.

Сравнивая российские результаты по разделам содержания (алгебра, геометрия, числа, данные и вероятность) в исследованиях 2007, 2011 и 2015 гг., мы видим, что самые низкие результаты наши учащиеся показывают как раз в разделе «Данные и вероятность». В 2011 г. восьмиклассники продемонстрировали более высокий, чем в 2007 г., уровень овладения материалом этого раздела, а в 2015 г. результаты остались примерно теми же, что и в 2011 г. Анализ результатов выполнения одних и тех же заданий в тестах 2011 и 2015 гг. показал как сохранение примерно тех же процентов верного выполнения этих заданий, так и наличие одних и тех же ошибок.

Результаты (в %) заданий по теме «Данные и вероятность»

На диаграмме приведены результаты (в %) верного выполнения заданий по теме «Данные и вероятность» в исследовании TIMSS-2015.



Как мы видим, результаты российских учащихся по большинству заданий выше результатов, показанных всеми участниками исследования. Получить представление о том, насколько результаты наших учащихся ниже результатов лидирующих стран, позволяют приведенные на диаграмме проценты выполнения заданий учащимися Японии. Эта страна замыкает группу пяти лидирующих стран Юго-Восточной Азии и в ряду ранжирования стран-участниц по успешности результатов международного тестирования расположена непосредственно перед Россией.

О содержании и результатах выполнения заданий по разделу «Вероятность»

Приведем требования к овладению этим материалом, принятые в международном исследовании TIMSS-2015:

- выносить общие суждения о шансах (вероятности) наступления случайных событий как достоверных, очень вероятных, равновероятных, маловероятных или невозможных;
 - использовать данные, включая экспериментальные, для оценки вероятности возможных событий;
 - определять вероятности возможных исходов случайных процессов на основе экспериментальных данных и в классической схеме.
- Овладение этим материалом проверялось с помощью девяти несложных заданий. Контролировалось:
- понимание смысла понятия вероятности случайного события и его использование для качественного сравнения возможности наступления случайных событий;
 - понимание геометрической интерпретации вероятности события с помощью площади кру-

гового сектора и использование этого знания для решения задач;

- умение на основе известной вероятности события сделать качественный прогноз возможности его наступления;
- умение на основе известной частоты события в серии испытаний сделать прогноз о частоте его наступления в другой серии испытаний;
- умение решать стандартные вероятностные задачи (например, по известной вероятности события определить число его наступлений в серии испытаний).

Отметим, что для выполнения большинства этих заданий достаточно первоначальных представлений о вероятности и геометрической интерпретации и здравого смысла.

Результаты выполнения 11 заданий раздела варьируются: 9 заданий — от 29 до 58% и 2 задания — 73% и 81% верных ответов.

Проанализируем результаты выполнения конкретных заданий, уделив основное внимание допущенным ошибкам.

1. Понимание смысла вероятности случайного события и его использование для качественного сравнения возможности наступления случайных событий, умение на основе известной вероятности события сделать качественный прогноз возможности его наступления (например, очень вероятно, скорее всего, маловероятно и т.п.).

С подобным заданием справились 81% российских учащихся. В то же время около 15% показали полное неумение содержательно интерпретировать количественную вероятность события и не смогли оценить возможность наступления случайного события в следующем задании.

Насколько вероятно, что завтра будет гроза, если ее вероятность составляет 25%?

- 1) Точно будет гроза.
- 2) Скорее всего, будет гроза.
- 3) Скорее всего, грозы не будет.
- 4) Грозы не будет.

Выполнили верно — 81%, выбраны неверные ответы: 1) 0,4%, 2) 13%, 4) 3%; не дали ответа 0,8%.

2. Понимание смысла вероятности случайного события в серии испытаний и его использование для оценки вероятности случайного события на основе его появления в этой серии.

В автомате находятся конфеты четырех разных форм. При 130-кратном нажатии кнопки в автомате конфета в форме шара выпадала 27 раз. Оцените вероятность появления такой конфеты при первом нажатии кнопки.

Только чуть более трети учащихся верно оценили вероятность появления конфеты в форме шара как $\frac{27}{130}$. Но около 60% учащихся при оценке вероятности вместо количества конфет в форме шара использовали наличие в автомате четырех разных форм конфет.

Выполнили верно — 36%, выбраны неверные ответы: $\frac{4}{27}$ (17%), $\frac{4}{130}$ (20%), $\frac{1}{4}$ (19%); не дали ответа 8%.

3. Понимание смысла понятия вероятности случайного события в классической схеме и его использование для подсчета вероятности определенного исхода.

В коробке находится a шаров зеленого цвета, b — серого, c — белого. Из нее достают один шар зеленого цвета и не возвращают его обратно. Оцените вероятность того, что при втором испытании вынут шар серого цвета.

Выполнили верно — 44%; не дали ответа 4%.

Характерные ошибки связаны с непониманием, как в ситуации, когда вынутый шар не возвращается в коробку, подсчитать число возможных ($a + b + c - 1$) исходов и число благоприятных исходов (b). При определении числа возможных исходов допустили ошибки 33% учащихся, при определении благоприятных исходов — 15%.

4. Умение решать стандартные вероятностные задачи (например, умение на основе известной частоты появления определенного предмета в серии испытаний сделать прогноз о его количестве в наблюдаемом наборе предметов).

Для проверки этого умения была предложена следующая задача.

В коробке лежит 30 фишек красного и синего цвета. Случайным образом из коробки вынули

одну фишку, записали ее цвет и положили обратно в коробку. Это было проделано 100 раз, при этом фишка красного цвета появлялась 60 раз. Оцените количество красных фишек в коробке.

Выполнили верно — 45%; не дали ответа 6%.

Большинство учащихся (81%) правильно подсчитали относительную частоту появления красной фишки, равную $\frac{60}{100}$, то есть выполни-

ли часть задания. А вот применить полученную оценку вероятности для подсчета количества красных фишек в коробке с 30 фишками

$\left(30 \cdot \frac{60}{100}\right)$ смогли далеко не все. Так 13% учащихся решили, что красных фишек было 60, 22% учащихся решили, что их было 100. Кроме того, неверно подсчитали относительную частоту появления красной фишки 13% учащихся.

5. Умение решать стандартные вероятностные задачи, например, на основе известного количества и известной вероятности появления определенного предмета определить общее количество предметов в наблюдаемом наборе.

Это умение проверялось, например, следующим заданием.

Из коробки, не заглядывая в нее, достают один шарик. Известно, что в коробке a шариков синего цвета и вероятность того, что вынутый шарик будет синего цвета, равна p . Сколько всего шариков в коробке?

Выполнили верно — 77%; не дали ответа 3%.

Большинство учащихся справились с подобным заданием. Они правильно нашли общее количество шариков: $x = a : p$. Около 10% восьмиклассников правильно нашли значение x , но затем вычли из него a , то есть ответили не на вопрос задачи, а на вопрос «Сколько шариков не синего цвета?». Еще 9% учащихся дали другие неверные ответы.

6. Представление о геометрической вероятности случайного события (площади кругового сектора), умение качественно (больше / меньше, равновероятны) сравнить вероятности наступления случайных событий.

С двумя такими задачами справились около половины учащихся (58% и 46%), не дали ответа 4%.

Две вертушки в форме круга разделены на равные сектора: первая — на 12, вторая — на 8. Сектора окрашены в красный, зеленый, синий и желтый цвета. Каждому цвету соответствуют разные по величине площади. Сравните вероятности остановки стрелки вертушки на поле конкретного цвета, например, ответьте на такой вопрос: «При раскрутке какой из этих вертушек вероятность остановки стрелки на зеленом поле больше?»

Выполнили верно — 42%; не дали ответа 20%.

Рассматривая ответы восьмиклассников, можно увидеть, что представление о соответствии вероятности данных событий площади некоторой части круга имеется у всех учащихся. Но почти половина из них не сумела его применить. Одно из затруднений вызвано неумением визуально сравнивать площади секторов круга. Дополнительная трудность была в том, что фигуры одного цвета складывались из одного или более секторов, построенных на дугах разной величины.

Проверялось и умение выразить указанную вероятность случайного события в виде соответствующей площади сектора круга. Например, на данном круге требовалось нарисовать вертушку с тремя полями, обозначенными буквами *A*, *B* и *C*, причем вероятности остановки вертушки на полях *A* и *B* должны быть одинаковыми, а вероятность ее остановки на поле *C* — вдвое больше. То есть требовалось сообразить, что площади полей *A* и *B* составляют по четверти круга, а площадь поля *C* — половину.

7. За рамки, очерченные нашей примерной программой, выходило следующее задание, в котором нужно было *применить правило умножения вероятностей для определения вероятности зависящих событий*. Вот эта задача.

От улицы вправо отходят три переулка. Дойдя до очередного переулка, пешеход с одинаковой вероятностью может повернуть в него или пойти дальше по улице. Оцените вероятность того, что пешеход повернет в третий переулок.

Выполнили верно — 29%; не дали ответа менее 1%.

С заданием справились менее трети учащихся, но это достаточно хороший результат, так как для наших учащихся задание имеет высокий уровень сложности и его решение требует проведения непростых рассуждений. Ответы около 70% учащихся показывают, что они не имеют четких представлений о правилах подсчета условных вероятностей.

Таким образом, качество овладения восьмиклассниками материалом раздела «Вероятность» оставляет пока желать лучшего, и это следует иметь в виду при дальнейшем обучении.

О содержании и результатах выполнения заданий по разделу «Статистика»

В международном исследовании задания по статистике можно распределить по содержанию на две группы:

– чтение и интерпретация информации, представленной в различной форме, и ее использование для решения поставленных проблем;

– характеристика наборов данных с помощью статистических показателей и использование этих показателей для решения поставленных проблем.

Овладение содержанием характеризуется достижением следующих требований:

Чтение и интерпретация данных:

– читать данные, представленные в различных формах;

– использовать и интерпретировать наборы данных для решения проблем (например, делать выводы, заключения, оценивать значения величины между или за пределами значений представленного набора данных);

– распознавать и описывать подходы к организации и выбору форм представления данных, которые могут привести к искажению данных и неверной их интерпретации (например, вводящие в заблуждение или деформированные шкалы).

Характеристика представленных данных:

– распознавать и сравнивать показатели набора данных, включая среднее значение, медиану, моду, размах;

– вычислять, использовать или интерпретировать среднее значение, медиану, моду, размах для решения проблем.

Овладение материалом темы «Статистика» проверялось с помощью 30 заданий. Контролировалось:

– чтение и интерпретация информации, представленной в различной форме (на графиках, шкалах, пиктограммах, круговых и столбчатых диаграммах), использование для решения поставленных проблем;

– понимание определений статистических характеристик: среднее значение, медиана, мода, размах;

– умение находить значения статистических показателей, характеризующих наборы данных, применять эти показатели для решения проблем.

Результаты выполнения заданий данного раздела варьируются следующим образом: 6 заданий выполнили менее трети учащихся (от 5 до 29%), а 24 задания — от 34 до 85%.

Проанализируем результаты выполнения конкретных заданий и допущенные ошибки.

Работа с диаграммами

• Умение читать и интерпретировать данные, представленные на столбчатых диаграммах, построение столбчатых диаграмм.

С заданием, в котором надо было распознать столбчатую диаграмму, представляющую те же данные, что и в таблице, справилось подавляющее большинство учащихся (83%). Предложенные в задании ответы были составлены так, что для распознавания нужной диаграммы надо было

соотнести с табличными данными, представленными не только в первом, но и в каждом из четырех столбцов диаграммы. Однако 10% учащихся ограничились соотношением данных только первого или двух первых столбцов диаграммы и поэтому выбрали неверные ответы.

С завершением построения столбчатой диаграммы справились 70% учащихся. При построении двух недостающих столбцов требовалось соблюдать точность указанной высоты столбцов ($\pm 1,5$ единицы по шкале измерения на вертикальной оси диаграммы). Не сумели построить столбцы с указанной точностью 21% учащихся, а 9% учащихся пропустили это задание.

Менее половины учащихся (45%) справились с заданием, в котором для ответа на вопрос задачи требовалось суммировать данные, представленные в двух соседних столбцах диаграммы. На нескольких столбцах диаграммы представлено количество рыб определенного равномерно увеличивающегося размера. Для ответа на вопрос задачи нужно вычислить, какую часть от всего указанного количества рыб составляют рыбы, длина которых равна m см или менее. Количество таких рыб было представлено в двух первых столбцах диаграммы: «менее k см» и «от k см до m см». Однако 6% учащихся использовали данные только первого столбца, 23% — только второго столбца, не учитывая логическую связку «или». Еще 20% неверно интерпретировали условие задания.

• *Умение распознавать и описывать подходы к выбору форм представления данных, которые могут привести к искажению данных и неверной их интерпретации (например, вводящие в заблуждение деформированные шкалы измерения).*

В трех заданиях нужно было объяснить, почему информация, представленная на столбчатых диаграммах, может привести к неверным выводам.

В первом задании шкала на вертикальной оси начиналась не с нулевой отметки. При визуальном сравнении высоты двух столбцов кажется, что один из них в 4 раза выше другого, что и приводит к неверному выводу. Эту особенность диаграммы увидели и указали в качестве причины возможных заблуждений только 1,3% учащихся. Еще 36% поступили по-другому. Они, несмотря на особенности шкалы на вертикальной оси, правильно нашли числовые значения высоты каждого из двух столбцов и показали, что одно из этих чисел только на 30 единиц, а не в 4 раза больше другого. Однако почти 50% учащихся ограничились визуальным сравнением столбцов без учета особенностей диаграммы и посчитали предложенный в условии задания неверный вывод верным; 15% учащихся не смогли дать никакого ответа.

В двух заданиях был не соблюден масштаб при построении столбцов диаграммы, что и привело к неверным выводам, предложенным в ответах. Особенно хорошо это было видно на рисунке в задании, где не были приведены оси диаграммы, а изображены только столбцы и около каждого указано число процентов, которые они представляют. Так, столбик, изображающий 65%, был в 2 раза короче столбика 75%. Однако на это обратили внимание и использовали в качестве объяснения причины, вводящей в заблуждение, только 26% учащихся.

В случае, когда на горизонтальной оси без соблюдения масштаба были указаны на равном расстоянии друг от друга числа 0, 4, 6, 11, обратили на это внимание только 5% учащихся, остальные 95% согласились с неверным выводом, предложенным в задании, что диаграмма построена правильно. Отметим, что данное умение характеризует осознанность применения знаний. Однако формирование этого умения не включено в наши требования к подготовке учащихся, поэтому ему и не уделяется внимания при изучении статистического материала.

• *Умение интерпретировать и использовать данные, представленные на столбчатых диаграммах, для решения проблем (делать выводы, заключения и объяснять их).*

На двух диаграммах изображены оценки, выставленные за выполнение теста учащимися двух классов — «А» и «В». Требовалось, используя данные, представленные на диаграммах, объяснить, является ли истинным утверждение о том, что оценки учащихся в классе «А» ниже, чем в классе «В».

Выполнили верно — 29%; не дали ответа 20%.

На диаграммах явно видно, что в классе «А» оценки смещены к более низким, а в классе «В» — к более высоким. Однако использовать эти особенности данных на диаграмме для ответа на поставленный вопрос сумели менее трети учащихся. Неверные объяснения привели 50% учащихся.

• *Читать, интерпретировать и использовать данные, представленные на круговых диаграммах для решения проблем.*

Предлагались задания, в которых для ответа на поставленные вопросы надо было понимать, что вся диаграмма представляет рассматриваемое явление в целом, а площади секторов изображают количество каждого из предметов или объектов, предложенных в данной ситуации.

С заданием, в котором количество рассматриваемых предметов было указано в таблице (в %) и следовало выбрать диаграмму, разделенную на сектора, площади которых отвечали бы данным таблицы, справились 73% учащихся. Они визу-

ально правильно соотнесли данные, выраженные в таблице и на диаграмме.

В другом задании было указано общее количество учащихся и перечислены шесть любимых ими занятий. Окружность диаграммы была разделена на 12 равных частей, а затем на 6 секторов, которые включали 1, 2, 2, 3, 1,5, 2,5 из этих частей. Эти сектора изображали количество учащихся, выбравших каждое из шести занятий. Для ответа на вопрос «Сколько учащихся выбрали конкретное занятие», нужно было найти количество учащихся, приходящееся на соответствующую часть диаграммы. **Справились 64% восьмиклассников.**

В третьем задании результаты оказались еще ниже. Здесь диаграмма была разделена на сектора и к каждому из них были указаны некоторые занятия ученика и проценты, характеризующие время, которое уходит у него на каждое занятие. Кроме того, было дано, сколько минут уходит на все занятия. Требовалось найти, сколько минут уходит на два из этих занятий. **Справилась только половина учащихся (49%).** Характерны были ошибки: указали время (в мин.) только для одного занятия 13% учащихся; сложили проценты, но не перевели их в минуты 24% восьмиклассников.

Работа с информацией, представленной в различной форме (на шкалах, графиках, пиктограммах)

• *Умение читать информацию, представленную в различной форме: на шкалах, графиках, описывающих реальные ситуации.*

В одном задании на рисунке шкалы спидометра были указаны значения скорости машины с интервалом в 10 км/ч. Каждое большое деление разделено на 5 равных частей. Стрелка спидометра указывает на деление между 80 км/ч и 90 км/ч. Чтобы узнать показанную скорость (84 км/ч), требовалось определить цену деления. **Справились только 60% учащихся.**

В двух заданиях на графиках реальных зависимостей были представлены: на двух кривых — данные за несколько лет о количестве (в %) девочек и мальчиков, которые предпочитают читать книги, а на линейном графике — данные о температуре в течение одного дня.

В первом случае большинство учащихся (85%) верно определили год, когда разность между процентом девочек и мальчиков была наибольшей, а вот найти год, в котором предпочитали читать книги 50% девочек, смогли только 71% восьмиклассников.

Во втором случае верно определили температуру в указанное время дня 69% учащихся.

В следующем задании надо было проинтерпретировать путь машины по графику ее скорости. График имел форму ломаной, одно звено которой образовывало тупой угол с положительной полуосью абсцисс (то есть функция на этом отрезке убывает). Нужно было объяснить, что происходило на этом отрезке пути, выбрав один из предложенных вариантов ответа.

- а) Спуск с холма.
 - б) Подъем на холм.
 - в) Остановка на некоторое время.
- Выполнили верно — 48%.**

Менее половины учащихся справились с этим заданием, выбрав ответ «б». Таким образом, около 40% учащихся не умеют читать информацию на шкале простейшего прибора, около 30% учащихся не смогли на несложных графиках реальных зависимостей определить абсциссу по значению ординаты или ординату по значению абсциссы соответствующей точки, а 50% — интерпретировать график реальной зависимости.

Работа со статистическими показателями

• *Понимание смысла статистических характеристик: среднее значение (среднее арифметическое), медиана, мода, размах.*

Понимание смысла среднего значения и медианы проверялось с помощью заданий, в которых надо было установить истинность нескольких утверждений относительно этих показателей. Утверждения были сформулированы на основе описания данных в реальной ситуации. Приведем задание и проценты верных ответов.

В библиотеку привезли книги, упакованные в пачки. Данные об этих пачках приведены в таблице.

Количество пачек	Среднее число книг в пачке	Медиана числа книг в пачке
100	20	19

Какие утверждения являются верными?

- а) Среднее значение показывает число книг в каждой пачке.
- б) Среднее значение может показывать число книг, которого нет ни в одной пачке.
- в) Медиана показывает, что хотя бы в половине пачек было не менее такого числа книг.
- г) По крайней мере в половине пачек менее 20 книг.
- д) Общее число книг в пачках равно 1900.

Выполнили верно (определили истинность трех и более утверждений) — менее 20%. Верно указали истинность или ложность утверждений: а) «неверное» — 34%, б) «верное» — 30%, в) «верное» — 41%, г) «верное, так как медиана равна 19, что меньше 20» — 47%, д) «неверное, так как среднее равно 20, всего книг $20 \cdot 100 = 2000$ » — 45%.

Таким образом, прочного представления о сути этих двух статистических показателей нет у 80% восьмиклассников.

- *Умение вычислять значения статистических характеристик (среднего значения, медианы, моды, размаха) набора данных.*

В описании реальной ситуации, когда в таблице приведено нечетное количество реальных данных (то есть медиана расположена точно в середине упорядоченного ряда), верно нашли и среднее значение, и медиану 18% учащихся, нашли только одно из этих значений — 32%. В случае, когда в упорядоченном ряду с нечетным количеством данных имелось несколько одинаковых значений (например, 2, 2, 2), среднее значение нашли 12%, медиану — 7%, моду — 34%, размах — 37% восьмиклассников.

Таким образом, приходится констатировать, что у большинства учащихся нет четких представлений о сути и способах вычисления статистических показателей, хотя мода и размах усвоены большим числом учащихся.

- *Умение применять среднее значение для решения проблем.*

Это умение проверялось с помощью задания, в котором надо было подсчитать, сколько приборов должны изготовить несколько мастеров, чтобы их средняя выработка была равна указанному количеству. С ним справились около половины учащихся (52%).

Результаты значительно ниже при выполнении задания, в котором описана реальная школьная ситуация.

За выполнение четырех тестов по математике Иван из 10 возможных баллов получил: 9, 7, 8, 8. Он должен выполнить еще один тест, за который можно получить максимально 10 баллов. Иван хочет, чтобы его средняя оценка по 5 тестам была 9 баллов. Есть ли у него возможность это сделать? Объясните свой ответ.

Выполнили верно — 28%; не дали ответа — 18%.

Возможное объяснение. Нет, так как даже если он получит максимальный балл, то

$$9 + 7 + 8 + 8 + 10 = 42, 42 : 5 = 8,4, 8,4 < 9.$$

С этим заданием справились менее трети учащихся.

Заключение

Итак, анализ результатов международного исследования показал, что при усвоении раздела «Статистика и теория вероятностей» у наших восьмиклассников имеются пробелы. Конечно, следует иметь в виду, что на невысокий уровень овладения этим материалом учащимися могло оказать влияние то, что часть учителей переносит его изучение в 9-й класс.

Постараемся понять, какие же резервы есть у учителя при организации изучения школьниками этого раздела.

Во-первых, заметим, что ФГОС при изучении любой темы отдает приоритет реализации системно-деятельностного подхода. Такая установка как нельзя лучше подходит к изучению элементов статистики и теории вероятностей. Зарождение и развитие этих разделов математики дает тому яркие примеры. Самостоятельная деятельность учащихся способствует осознанию изучаемого материала, его пониманию и системному запоминанию. При изучении понятий, выводе формул, связанных с определением вероятности, полезно систематически предлагать практические работы, при выполнении которых моделируются вероятностные ситуации: вынимание шара определенного цвета, падение игральной кости определенной гранью и т.п. При самостоятельном проведении испытаний учащиеся лучше понимают описываемую ситуацию и способы вычисления числа благоприятных исходов, запоминают способ вычисления вероятности события, что способствует усвоению понятия вероятности случайного события. Отметим, что этот подход соответствует историческому подходу, который не всегда можно применить при изучении других разделов курса математики.

Во-вторых, ни один учебник не может предложить для каждого ученика оптимальное количество упражнений для обеспечения закрепления материала. Тем более что материалы по статистике, содержащие таблицы, диаграммы, схемы и пр., достаточно объемны. В этой связи полезно давать учащимся задания, выполняя которые им пришлось бы искать указанную статистическую информацию и, возможно, придумывать разные способы ее представления и т.п. Кроме того, в качестве индивидуальной домашней работы можно предлагать самостоятельно составлять задания, решение которых будет проводиться с помощью этой статистической информации.

В-третьих, можно предлагать разработку различных проектов, связанных с изучением статистических данных, которые могут заинтересовать учащихся (касающиеся жизнедеятельности человека, спортивных достижений, искусства и культуры и пр.) и помогут в изучении предмета.

Мы надеемся, что приведенное описание ошибок, допущенных нашими учащимися при выполнении заданий международных тестов, будет полезно учителям как при объяснении материала темы «Статистика и теория вероятностей», так и при подборе проверочных заданий.